FCT/Unesp – Presidente Prudente

Projeto e Análise de Algoritmos

Prof. Danilo Medeiros Eler

Exercícios Aula 03 – Parte II – Resolução

https://daniloeler.github.io/teaching/PAA2020/index.html

1) Complete a tabela abaixo com SIM ou NÃO, onde ***k***, ***c*** e ***m*** são constantes. Indique para cada par de expressões (A, B) se A é O, o, Ω, ω e Θ de B. Mostre como chegou na solução.

	A	B	O	o	Ω	ω	Θ
(a)	n^k	c^n					
(b)	2^n	$2^{n/2}$					
(c)	$c \cdot n^{\log_2 m}$	$k \cdot n^{\log_2 m}$					
(d)	k^c	$\log_2 n$					

Deve-se, para cada item, verificar se A = O(B); A = o(B); A = Ω(B); A = ω(B); A = Θ(b)

Observação: utilizarei a constante 'd' na especificação das notações assintóticas, pois a constante 'c' está sendo utilizada como constante em algumas funções deste exercício.

a)

$n^k = O(c^n)$

$n^k <= dc^n$

$n^k / c^n <= d$

Verdadeiro

$n^k = o(c^n)$

$n^k < dc^n$

$n^k / c^n < d$

Verdadeiro

$n^k = \Omega(c^n)$

$n^k >= dc^n$

$n^k / c^n >= d$

Falso

$n^k = \omega(c^n)$

$n^k > dc^n$

$n^k / c^n >= d$

Falso

$n^k = \Theta(c^n)$

$d_1c^n <= n^k <= d_2c^n$

Falso

b)

$2^n = O(2^{n/2})$

$2^n \leq d2^{n/2}$

$\frac{2^n}{2^{n/2}} <= d$

$2^n 2^{-n/2} \leq d$

$2^{n-n/2} \leq d$

$2^{n/2} \leq d$

Falso

$2^n = o(2^{n/2})$

$2^n < d2^{n/2}$

$\frac{2^n}{2^{n/2}} < d$

$2^n 2^{-n/2} < d$

$2^{n-n/2} < d$

$2^{n/2} < d$

Falso

$2^n = \Omega\ (2^{n/2})$

$2^n \geq d2^{n/2}$

$\frac{2^n}{2^{n/2}} \geq d$

$2^n 2^{-n/2} \geq d$

$2^{n-n/2} \geq d$

$2^{n/2} \geq d$

Verdadeiro

$2^n = \omega\ (2^{n/2})$

$2^n > d2^{n/2}$

$\frac{2^n}{2^{n/2}} > d$

$2^n 2^{-n/2} > d$

$2^{n-n/2} > d$

$2^{n/2} > d$

Verdadeiro

$2^n = \Theta\ (2^{n/2})$

$d_1 2^{n/2} <= 2^n <= d_2 2^{n/2}$

Falso

c)
$c2^{\log_2 m} = O(k2^{\log_2 m})$
$c2^{\log_2 m} <= dk2^{\log_2 m}$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} <= d$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} <= d$
$c / k <= d$

Verdadeiro

$c2^{\log_2 m} = o(k2^{\log_2 m})$
$c2^{\log_2 m} < dk2^{\log_2 m}$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} < d$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} < d$
$c / k < d$

Falso

$c2^{\log_2 m} = \Omega\ (k2^{\log_2 m})$
$c2^{\log_2 m} >= dk2^{\log_2 m}$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} >= d$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} >= d$
$c / k >= d$

Verdadeiro

$c2^{\log_2 m} = \omega\ (k2^{\log_2 m})$
$c2^{\log_2 m} > dk2^{\log_2 m}$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} > d$
$c2^{\log_2 m} / k2^{\log_2 m} > d$
$c / k > d$

$c2^{\log_2 m} = \Theta\ (k2^{\log_2 m})$
$d_1k2^{\log_2 m} <= c2^{\log_2 m} <= d_2k2^{\log_2 m}$

Verdadeiro

d)
$k^c = O(\log_2 n)$
$k^c <= d\log_2 n$

Verdadeiro

$k^c = o(\log_2 n)$
$k^c < d\log_2 n$
Verdadeiro

$k^c = \Omega\ (\log_2 n)$
$k^c >= d\log_2 n$
Falso

$k^c = \omega (\log_2 n)$
$k^c > d\log_2 n$
Falso

$k^c = \Theta (\log_2 n)$
$d_1\log_2 n <= k^c <= d_2\log_2 n$

Falso

2) Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras.

a) $n = O(n^2)$
$n <= cn^2$
$n/n^2 <= c$
$1/n <= c$
Verdadeiro

b) $n = \Omega(n^2)$
$n >= cn^2$
$n/n^2 >= c$
$1/n >= c$
Falso

c) $n = \Theta(n^2)$
$c_1n^2 <= n <= c_2n^2$

Falso

d) $n^2 = O(n^2)$
$n^2 <= cn^2$
$n^2 / n^2 <= c$
$1 <= c$

$n^2 <= cn^2$; $c = 1$
$n^2 <= n^2$; $c = 1$

Verdadeiro

e) $n^2 = \Omega(n^2)$
$n^2 >= cn^2$; $c =1$
Verdadeiro

f) $n^2 = \Theta(n^2)$
$c_1n^2 <= n^2 <= c_2n^2$; $c_1 = c_2 = 1$
$n^2 <= n^2 <= n^2$; $c_1 = c_2 = 1$

Verdadeiro

g) $n^3 = O(n^2)$
$n^3 <= cn^2$
$n^3 / n^2 <= c$
$n <= c$
Falso

h) $n^3 = \Omega(n^2)$
$n^3 >= cn^2$
$n^3 / n^2 >= c$
$n >= c$

Verdadeiro

i) $n^3 = \Theta(n^2)$
$c_1n^2 <= n^3 <= c_2n^2$
Falso

j) $nlogn = O(n^2)$
$nlogn <= cn^2$
$nlogn / n^2 <= c$
$logn / n <= c$

Verdadeiro

k) $nlogn = \Omega(n^2)$
$nlogn >= cn^2$
$nlogn / n^2 >= c$
$logn / n >= c$

Falso

l) $nlogn = \Theta(n^2)$
$c_1n^2 <= nlogn <= c_2n^2$

Falso

m) $logn = O(n^2)$
$logn <= cn^2$
$logn / n^2 <= c$
Verdadeiro

n) $logn = \Omega(n^2)$
$logn >= cn^2$
$logn / n^2 >= c$
Falso

o) $logn = \Theta(n^2)$
$c_1n^2 <= logn <= c_2n^2$
Falso

p) $n^2 \log n = O(n^2)$
$n^2 \log n <= cn^2$
$n^2 \log n / n^2 <= c$
$\log n <= c$
Falso

q) $n^2 \log n = \Omega(n^2)$
$n^2 \log n >= cn^2$
$n^2 \log n / n^2 >= c$
$\log n >= c$
Verdadeiro

r) $n^2 \log n = \Theta(n^2)$
$c_1 n^2 <= n^2 \log n <= c_2 n^2$

Falso

s) $5 = O(n^2)$
$5 <= cn^2$
Verdadeiro

t) $5 = \Omega(n^2)$
$5 >= cn^2$
Falso

u) $5 = \Theta(n^2)$
$c_1 n^2 <= 5 <= c_2 n^2$
Falso