Introdução à Ciência da Computação: operações sobre dados

Parte 2: Adição e Subtração

Prof. Danilo Medeiros Eler
danilo.eler@unesp.br

Departamento de Matemática e Computação
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Unesp – Universidade Estadual Paulista
Presidente Prudente/SP, Brasil

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E COMPUTAÇÃO

Conteúdo

- Operações Sobre Dados
  - Lógicas
  - Máscaras
  - Deslocamentos
  - Aritmética
    - Adição
    - Subtração

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\ 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 1 \\ +\ 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 1 \\ +\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{rr} 1 & \\ & 1 \\ + & 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 1 \\ 01 \\ +\ 01 \\ \hline 0 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 01 \\ +\ 01 \\ \hline 10 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 011 \\ +\ 011 \\ \hline \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$
\begin{array}{r}
1 \\
011 \\
+\ 011 \\
\hline
0
\end{array}
$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 11 \\ 011 \\ +\ 011 \\ \hline 10 \end{array}$$

Adição

- Vimos a adição em uma aula anterior
- No caso dos binários, temos cinco possibilidades
  - 0 + 0 = 0
  - 1 + 0 = 1
  - 0 + 1 = 1
  - 1 + 1 = 10
  - 1 + 1 + 1 = 11

$$\begin{array}{r} 11 \\ 011 \\ +\ 011 \\ \hline 110 \end{array}$$

Adição

- Exemplos

$$\begin{array}{r} 101101 \\ +\underline{001101} \end{array}$$

Adição

- Exemplos

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101101 \\ \underline{+001101} \\ 0 \end{array}$$

Adição

- Exemplos

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101101 \\ \underline{+001101} \\ 10 \end{array}$$

Adição

- Exemplos

$$\begin{array}{r} 1\ \ 1\ \ \ \ \\ 101101 \\ \underline{+001101} \\ 010 \end{array}$$

Adição

- Exemplos

```
 11  1
 101101
+001101
   1010
```

Adição

- Exemplos

$$
\begin{array}{r}
11\ \ \ 1 \\
101101 \\
\underline{+001101} \\
11010
\end{array}
$$

Adição

- Exemplos

$$\begin{array}{r} 11\ \ 1\ \ \\ 101101 \\ \underline{+001101} \\ 111010 \end{array}$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} - 1$
    - 0 a 63

$$\begin{array}{r} 101101 \\ \underline{+011101} \end{array}$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{6} - 1$
    - 0 a 63

$$
\begin{array}{r}
1 \\
101101 \\
\underline{+011101} \\
0
\end{array}
$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} - 1$
    - 0 a 63

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101101 \\ \underline{+011101} \\ 10 \end{array}$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} - 1$
    - 0 a 63

$$
\begin{array}{r}
1\ \ 1 \\
101101 \\
\underline{+011101} \\
010
\end{array}
$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} – 1$
    - 0 a 63

$$
\begin{array}{r}
11\ \ 1 \\
101101 \\
\underline{+011101} \\
1010
\end{array}
$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a 2^6 – 1
    - 0 a 63

```
 1 11 1
 101101
+011101
  11010
```

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} - 1$
    - 0 a 63

$$
\begin{array}{r}
1\ 11\ 1 \\
101101 \\
+\underline{011101} \\
1011010
\end{array}
$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a 2^6 – 1
    - 0 a 63

$$\begin{array}{r} 1\ 11\ 1\ \ \\ 101101 \\ +011101 \\ \hline \cancel{1}011010 \end{array}$$

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6}$ – 1
    - 0 a 63

```
  1 11 1
  101101
+011101
--------
1011010
  011010
```

Adição

- Exemplos – Overflow (6 bits)
  - Intervalo
    - 0 a $2^{\wedge 6} - 1$
    - 0 a 63

1 11 1	
101101	45
+011101	+29
~~1~~011010	74
011010	26

Subtração

- Consideraremos somente os números inteiros armazenados como complemento de dois
- Quando um número decimal é representado em binário com complemento de dois a subtração é feita como adição
  - Essa é uma vantagem em se armazenar os número inteiros com essa representação

Subtração

- A subtração é efetuada como uma adição quando o número é armazenado como complemento de dois
- Assim, A – B é o equivalente a A + B_{c2}
  - Em que B_{c2} é o complemento de dois de B

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111

17 = 00010001

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111

17 = 00010001

1

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111

17 = 00010001

-17 = 11101111   (complemento de dois)

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

11101110

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

11101110

+00000001

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

    11101110
  +00000001
    11101111

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

11111111 (máscara XOR)

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

11111111   (máscara XOR)

11101110

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
- Outra maneira é inverter os dígitos e somar 1

17 = 00010001

11111111 (máscara XOR)

11101110

+00000001

11101111

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A + B = 24 + (-17) =

$$\begin{array}{r} 00011000 \\ \underline{+\ 11101111} \end{array}$$

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A + B = 24 - 17 = 7 =

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A + B = 24 - 17 = 7 =

$$\begin{array}{r} 00011000 \\ \underline{+\ 11101111} \end{array}$$

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A + B = 24 - 17 = 7 = 00000111

```
 1 1111
   00011000
 + 11101111
   --------
   00000111
```

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A - B = 24 - (-17)

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A - B = 24 - (-17)

-(-17) = 11101111

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A - B = 24 - (-17)

-(-17) = 11101111

+17   = 00010001 (complemento de dois de -17)

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A - B = 24 + 17 = 41 =

-(-17) = 11101111

+17 = 00010001

$$\begin{array}{r} 00011000 \\ \underline{+\ 00010001} \end{array}$$

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = 24 = 00011000
  - B = -17 = 11101111
  - A - B = 24 + 17 = 41 = 00101001

-(-17) = 11101111

+17 = 00010001

```
    1
  00011000
+ 00010001
  --------
  00101001
```

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B = 20 = 00010100
  - A - B = -35 - (+20) =

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B =   20 = 00010100
  - A - B = -35 - (+20) =

-(+20) = 00010100

-20   =

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B = 20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 =

-(+20) = 00010100

-20 = 11101100 (complemento de dois)

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B =   20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55

-(+20) = 00010100

-20   = 11101100

$$\begin{array}{r} 11011101 \\ \underline{+\ 11101100} \end{array}$$

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B =   20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55 = 11001001

-(+20) = 00010100

-20 = 11101100

```
 111111
  11011101
+ 11101100
  --------
  11001001
```

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B =   20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55 = 11001001
- Recuperando o número armazenado

  11001001

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B = 20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55 = 11001001
- Recuperando o número armazenado

11001001

00110111

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B = 20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55 = 11001001
- Recuperando o número armazenado

  11001001

  00110111 = 55

Subtração – Complemento de Dois

- Exemplos:
  - A = -35 = 11011101
  - B =   20 = 00010100
  - A - B = -35 - 20 = -55 = 11001001
- Recuperando o número armazenado

  11001001

  00110111 = 55

  Armazenado como Complemento de Dois: -55

Bibliografia

BIBLIOGRAFIA BÁSICA
1. BROOKSHEAR, J. G. **Ciência da computação**: uma visão abrangente. 5ª ed., Bookman Editora, 2000. 499p. 2. FOROUZAN, B. A., MOSHARRAF, F. **Fundamentos da Ciência da Computação**. 2 ª ed., São Paulo: Cengage Learning, 2011. 560p.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR
1. BROOKSHEAR, J. G. **Ciência da computação**: uma visão abrangente. 5ª ed., Bookman Editora, 2000. 499p. 2. CORMEN, T.H., Leiserson, C.E., Rivest R.L., Stein, C. **Algoritmos:** teoria e Prática. Rio de janeiro: Editora Campus, 2002. 916p. 3. PLAUGER, P. L. **A Biblioteca Standard C**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1994. 614p. 4. PRATA, S. **C primer plus**, 4ª ed. SAMS Publishing, 2002. 931p.